

بهینه سازی با استفاده از شبکه های عصبی

عبدالله آراسته

چکیده

یکی از مسایل عمده در مبحث تحقیق در عملیات مسایل بهینه سازی است که در هر مورد بنا به فراخور مسأله راه حل خاصی را به کار می برند. یکی از رویکردهای نوین در زمینه حل مسایل بهینه سازی استفاده از انواع خاصی از شبکه های عصبی است. این مقاله به کاربرد این شبکه ها در حل مسایل بهینه سازی و بویژه دسته مهمی از این مسایل با عنوان مسأله فروشنده دوره گرد می پردازد.

تعریف مدل

ایده استفاده از شبکه های عصبی برای حل مسائل بهینه سازی ترکیبی بیش از دو دهه قبل مطرح شد. اولین بار هاپفیلد و تانک در سال ۱۹۸۵ نشان دادند که مسأله TSP (فروشنده دوره گرد) را می توان با شبکه عصبی هاپفیلد حل کرد. بالیکی در سال ۱۹۹۸ در یکی از معدود مقالاتی که به بررسی شبکه عصبی چند معیاره پرداخته شده از جمع وزنی توابع هدف مختلف در تابع انرژی هاپفیلد استفاده کرده است. تابع انرژی متناظر با یک شبکه هاپفیلد با n نرون به صورت زیر است:

$$E = -1/2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} a_i a_j - \sum_{i=1}^n I_i a_i$$

فرض می کنیم که در یک مثال عملی بهینه سازی، تابع هزینه به صورت $F(a_1, a_2, \dots, a_n)$ باشد که a_i ها متغیرهایی با مقدار صحیح هستند. هدف، کمینه سازی تابع هزینه فوق با توجه به یک سری محدودیتهاست. فرض می کنیم که این محدودیتها را می توان به صورت توابع هزینه نامنفی $C_i(a_1, a_2, \dots, a_n)$ نوشت که در آن $C_k(a_1, a_2, \dots, a_n)$ فقط وقتی می تواند صفر باشد که a_1, a_2, \dots, a_n پاسخهای مطلوب مسأله باشد. به سادگی و با کمک ضرایب لاگرانژ می توان این محدودیتها را با تابع هدف F جمع کرده و مسأله بدون محدودیت F^* را ساخت:

$$F^* = F(a_1, a_2, \dots, a_n) + \alpha \sum_{k=1}^m c_k(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

که در آن m تعداد محدودیتهای x ضریب لاگرانژ است.

هدف کمینه کردن تابع F^* است. حال چنانچه بتوان تابع هزینه F را بصورت تابع انرژی بیان کرد. هر یک از محدودیتهای مسأله را هم بتوان به صورت تابع انرژی بیان کرد، در آن صورت تابع هدف مسأله بدون محدودیت به شکل زیر خواهد بود:

$$F^* = -1/2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [W_{ij}^{obj} + \alpha(w_{ij}^1 + \dots + w_{ij}^m)] a_i a_j - \sum_{i=1}^n [I_i^{obj} + \alpha(I_i^1 + \dots + I_i^m)] a_i$$

که به شکل تابع هدف (تابع انرژی) شبکه هاپفیلد است. پس اگر بتوان یک مسأله را به صورت فوق فرموله کرد، می توان به کمک شبکه هاپفیلد و با هدف کمینه کردن تابع انرژی آن، مسأله را حل کرد.

حل مسأله فروشنده دوره گرد (TSP) به کمک شبکه هاپفیلد

مسأله فروشنده دوره گرد ($Travelling Salesman Problem (TSP)$) یک مسأله مشهور در زمینه مسایل تحقیق در عملیات (OR) است و هدف آن یافتن یک دور همیلتونی با حداقل هزینه است. بسیاری از مسایل عملی موجود را می توان با تبدیل کردن آنها به TSP حل کرد. فرض کنید شما می خواهید از تعدادی از شهرها دیدار کنید و سپس به نقطه شروع خود بازگردید. این یکی از جامع ترین و پیچیده ترین مسایل شناخته شده در زمینه حساب ترکیبات است. فرمول - بندی مسأله به طور فریبنده ای ساده است ولی هنوز به عنوان یک مسأله انگشت نامی سخت برای حل کردن درآمده است.

اولین تابع انرژی که هاپفیلد و تانک برای حل TSP کار بردند به صورت زیر است :

$$E = \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{c=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N V_{xi} V_{xj} + \frac{B}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N V_{xi} V_{yi}$$

$$+ \frac{C}{2} \left(\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{xi} - N \right)^2 + \frac{D}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N d_{xy} V_{xi} (V_{y_{i+1}} + V_{y_{i-1}})$$

هر یک از جملات تابع انرژی بالا می‌پردازیم: d_{xy} فاصله بین دو شهر x و y ، V_{xi} متغیر صفر و یکی است که نشانگر قرار داشتن یا نداشتن شهر x در موقعیت i می‌باشد. حال به توضیح

اولین عبارت برای ارضای محدودیت نداشتن بیش از یک در هر سطر، عبارت دوم برای نبودن بیش از یک در هر ستون، عبارت سوم برای داشتن N عدد ۱ و سرانجام عبارت چهارم بیانگر تابع هدف مسأله که کمینه کردن کل مسیر است می‌باشد. حال باید تابع انرژی فوق را به شکل تابع انرژی هاپفیلد تبدیل کنیم. برای این کار ابتدا عبارت چهارم تابع انرژی را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{D}{2} \sum_{x,i,y,j} C_{xij} V_{xi} V_{yj}$$

که در آن

$$C_{xij} = \begin{cases} 0 & |c - j| \bmod n = 1 & -1 \\ d_{xy} & |i - j| \bmod n = 1 & -1 \end{cases}$$

که دقیقاً معادل همان عبارت قبلی است. تابع هاپفیلد متناظر به شکل زیر خواهد بود:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{x=1}^n \sum_{y=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{xyij} V_{xi} V_{xj} - \sum_{x=1}^n \sum_{i=1}^n \theta_{xi} V_{xi}$$

که در آن

$$W_{xyij} = -AS_{xy}(1 - s_{ij}) - BS_{ig}(1 - s_{xy}) - c$$

به طوری که

$$\theta_{xi} = nC - D/2 * C_{xi}$$

$$S_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ 1 & i \neq j \end{cases}$$

کمینه‌سازی تابع انرژی

برای کمینه کردن تابع مربعات خطای E_s ، ما یک روش «هم‌پایه‌سازی نیوتن» برای به روز کردن حالت‌های عصبی را پیشنهاد می‌کنیم. روش هماهنگ سازی نیوتن بر مبنای روش نزول هم‌پایه است و کمینه را روی هر متغیر هم‌پایه بوسیله روش نیوتن می‌یابد. برای مثال، روش‌های هم‌پایه‌سازی نیوتن تابع $f(x) (x = x_1, x_2, \dots, x_n)$ را روی هر هم‌پایه x_i به وسیله روش نیوتن کمینه می‌کند. بنابراین:

$$x_j^{t+1} = x_j^t - \frac{\partial f}{\partial x_i} / \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}$$

ترتیب همگرایی روش هم‌پایه‌سازی نیوتن دست کم دومرتبه معلوم می‌گردد. زمانی که حالت به کمینه ساختگی سقوط می‌کند، مکانیزم کنترل ابتکاری اضافی برای گریز از کمینه به منظور دسترسی به کمینه سراسری، به کار می‌افتد.

بحث و نتیجه

شبکه‌های عصبی به تنهایی به لحاظ نداشتن قابلیت دستیابی به جوابهای بهینه پارتو در یک بار اجرای شبکه برای حل مسایلی بر اساس اهداف چندگانه مناسب نیستند. در واقع به نظر می‌رسد تنها از طریق ترکیب هدفها و به دست آوردن یک تابع هدف معادل، بتوان یک مسأله چند معیاره را به کمک یک شبکه عصبی حل کرد. به نظر می‌رسد هنوز در استفاده از شبکه های عصبی برای حل مسایل عملی و کاربردی بهینه سازی در آغاز راهیم. اما مطمئناً در سالهای آینده به دلیل قدرت فوق العاده این شبکه ها در یادگیری و الگوسازی استفاده از آنها مرسوم تر خواهد شد.

مراجع و مآخذ

۱. بلک، اوی لس دی. شبکه های انتقال داده. ترجمه خیام روحانی، محمد. انتظاری، محمد حسن. معینی، علی. مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۷.
۲. حاج شیر محمدی، علی. مدیریت و کنترل پروژه. جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۹.
۳. رجحان، محمد صادق. اطلس بافت شناسی انسان. انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۷۲.
۴. عوض خواه، حسین. مرجع کامل برنامه نویسی و کنترل پروژه با Primavera 3.1. انتشارات ناقوس، ۱۳۸۱.
۵. منهج، محمد باقر. مبانی شبکه های عصبی. مرکز نشر دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، ۱۳۸۱.
۶. ممانی، حامد. پور اصغری حقی، نرگس. علی ضمیر، ساعد. شبکه های عصبی و کاربرد آن در بهینه سازی. فصل نامه مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شریف، شماره ۳۰، بهار ۸۱.
۷. موسوی آذر، سید مسعود. تخمین پیشرفت فیزیکی پروژه های انتقال با استفاده از شبکه های عصبی. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۰.

8. Cheung.Sai On, Wong. Peter Shek Pui, Fung. Ada SY, Coffey. W.V., Predicting project performance through neural networks, International Journal of project management, Elsevier publishing Company- 24:207-215, 2006.

9. Katagiri Shigeru. "Handbook of Neural Networks for speech process", Artech house publishers. Boston, London, 2000.

10. Kohonen.T., Makisara.K., Simula. O., Kangas. J., (editors) , Artificial Neural Networks (Vol.2). Proc, International conference of Artificial Neural Networks(ICAAN-91), Elsevier Publishing Company Inc, 1991.

11. Mujtaba. I.M., Hussain. M.A., (editors). "Application of Neural Networks and other learning Technologies in Process Engineering", Imperial College Press, 2001.

12. Wang. J., Malakooti. B., "A Feedforward Neural Network for Multiple Criteria Decision Making". Computers Operations Research-19:151-167, 1992.